（本教案是海南省嘉积中学赵亮老师参加 2006 年全国优质课比赛的教案）

课题：《古典概型》（人教版高中数学（必修 3）第三章第二节）

课型：新授课

一、教学目标

1. 知识与技能目标

（1）理解古典概型及其概率计算公式；

（2）会用列举法计算一些随机事件所含的基本事件数以及事件发生的概率.

2. 过程与方法目标

根据学习的内容，通过模拟试验理解古典概型的特征：试验结果的有限性和每一个实验结果出现的等可能性，观察类比各个试验，归纳总结出古典概型的概率计算公式，体现化归的重要思想，掌握列举法，学习运用数形结合、分类讨论的思想解决概率的计算问题.

3. 情感态度价值观目标

在学习中了解随机现象与概率的意义、概率与实际生活的联系，由此形成初步的科学态度，逐步养成用概率思想分析问题的习惯.

二、教学重点

古典概型的概念，以及利用古典概型求解随机事件的概率.

三、教学难点

随机试验的判别，古典概型中随机事件所包含的基本事件个数的计算.

四、教学过程设计

（一）活动导入，引入新课

在课前布置任务，以数学小组为单位，完成下面两个模拟试验：

试验一：抛掷一枚质地均匀的硬币，分别记录“正面朝上”和“反面朝上”的次数，要求每个数学小组至少完成 20 次（最好是 10 的倍数），最后由数学科代表汇总。

试验二：抛掷一枚质地均匀的骰子，分别记录“一点”、“两点”、“三点”、“四点”、“五点”、“六点”出现的次数，要求每个数学小组至少完成 60 次（最好是 10 的倍数次），最后由，数学课代表汇总。

在课上，学生展示模拟试验的操作方法和试验结果，并与同学交流活动感受。教师最后汇总方法、结果和感受，并提出问题：

1. 用模拟试验的方法来求某一随机事件的概率好不好？为什么？

（不好，因为要求出某一随机事件的概率，需要进行大量的试验，并且求出来的结果是频率并不是概率）

2. 根据以前的学习，上述两个模拟试验的每个结果之间都有什么特点？

(二）抽象概括，形成概念

在试验一中，随机事件只有两个，即正面朝上和反面朝上，并且他们都是互斥的，由于硬币的质地是均匀的，因此出现两种随机事件的可能性相等，即它们的概率都是 1/2.

在试验二中，随机事件有六个，即一点、两点、三点、四点、五点和六点，并且他们都是互斥的，由于骰子的质地是均匀的，因此出现六种随机事件的可能性相等，他们的概率都是 1/6.

我们把上述试验中的随机事件称为**基本事件**，它是试验的每一个可能的结果. 基本事件有如下两个特点：（1）任何两个基本事件是互斥的；（2）任何事件（除不可能事件外）都可以表示成基本事件的和.

特点（2）的理解：在试验一中，必然事件可以由基本事件“正面朝上”和“反面朝上”组成，在试验二中，随机事件“出现偶数点”，可以由基本事件“二点”、“四点”、“六点”共同组成.

【例题 1】从字母a,b,c,d中任意取出两个不同字母的试验中，有哪些基本事件？

【分析】为了了解基本事件，我们可以按字典排序的顺序，把所有可能的结果都列出来，利用树状图，可以将它们之间的关系列出来.

我们一般用列举法列出所有基本事件的结果，画树状图是列举法的基本方法，一般来说，分步完成的结果（两步以上），可以用树状图进行列举.

【解】所求的基本事件共有六个，即$A=\{a,b\}$，$B=\{a,c\}$，$C=\{a,d\}$，$D=\{b,c\}$，$E=\{b,d\}$，$F=\{c,d\}$.

观察对比，我们发现，两个模拟实验和例题 1 的共同特点：

试验一中所有可能出现的基本事件，有“正面向上”、“反面向上”两个，并且每个基本事件出现的可能性相等，都是 1/2；试验二中，所有可能出现的基本事件有“一点”、“两点”、“三点”、“四点”、“五点”、“六点”共六个，并且每个基本事件出现的可能性都是 1/6；例题 1 中，所有可能出现的基本事件有 A、B、C、D、E、F 共 6 个，并且每个基本事件出现的可能性相等，都是 1/6.

经概括总结后得到：

（1）试验中所有可能出现的基本事件只有有限个（有限性）.

（2）每个基本事件出现的可能性都相等（等可能性）.

我们将具有这两个特点的概率模型，称为古典概率模型，简称**古典概型**.

【思考交流】

（1）一个圆内随机地投入一个点，如果该点落在圆内任意一点都是等可能的，你认为这是古典概型吗？为什么？

（答：不是古典概型，因为试验的所有可能结果是圆内的所有的点，所以试验的所有可能结果数是无限的，虽然每一个实验结果出现的可能性相同，但这个试验不满足古典概型的第一个条件.）

（2）某同学随机地向一靶心进行射击，这一试验的结果只有有限个：命中十环、命中九环、……、命中五环和不中环，你认为这是古典概型吗？为什么？

（答：不是古典概型，因为试验的所有可能结果只有七个，而命中十环、命中九环、命中五环

和不中环的出现不是等可能的，即：不满足古典概型的第二个条件.）

（三）深化概念，导出公式

【问题思考】 在古典概型下，基本事件出现的概率是多少？随机事件出现的概率如何计算？

【分析】 试验（1）中出现正面向上的概率与反面向上的概率相等，即

$$P(\text{“正面向上”})=P(\text{“反面向上”}).$$

由概率的加法公式得，

$$P(\text{“正面向上”})+P(\text{“反面向上”})=P(\text{必然事件})=1.$$

因此

$$P(\text{“正面向上”})=P(\text{“反面向上”})=\frac{1}{2},$$

即

$$P(\text{“正面向上”})=\frac{\text{随机事件“正面向上”所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}.$$

试验（2）中出现各个点的概率相等，即

$$P(\text{“1 点”})=P(\text{“2 点”})=\cdots=P(\text{“6 点”}).$$

反复利用概率的加法公式，我们有

$$\sum_{i=1}^{6}P(\text{“}i\text{点”})=P(\text{必然事件})=1.$$

所以

$$P(\text{“1 点”})=P(\text{“2 点”})=\cdots=P(\text{“6 点”})=\frac{1}{6}.$$

进一步地，利用加法公式可以计算这个试验中任何一个事件的概率，例如

$$P(\text{“出现偶数点”})=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

即

$$P(\text{“出现偶数点”})=\frac{\text{随机事件“出现偶数点”所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}.$$

根据上述两则模拟试验，可以概括总结出，用古典概型计算事件A的概率的计算公式为

$$P(A)=\frac{A\text{所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}.$$

【提问 1】例题 1 的试验中，出现字母d的概率是多少？

（记“出现字母d”为事件A，那么A发生的概率为

$$P(A)=\frac{A\text{所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}.$$

）

【提问 2】使用古典概型的概率公式时，应该注意什么？

【归纳】在使用古典概型的概率公式时，应该注意：

i. 要判断该概率模型是否是古典概型；

ii. 找出随机事件所包含的基本事件个数和试验中基本事件的总数.

【思考】除了画树状图，还有什么方法，求基本事件的个数呢？

（四）应用概念，拓展引申

【例题 2】单项选择题是标准化考试中常用的题型，一般是从 A、B、C、D 四个选项中选择一个正确的答案，如果考生掌握了考察的内容，他可以选择唯一正确的答案；假设考生不会做，他随机的选择一个答案，问他答对的概率是多少？

【分析】解决这个问题的关键，即讨论这个问题在什么情况下可以看成古典概型，如果考生掌握或者掌握了部分考查内容，这都不满足古典概型的第二个条件，即等可能性，因此只有假定考生不会做，随机选择一个答案的情况下，才可以化为古典概型.

【解】这是一个古典概型，因为试验的可能结果只有四个，A、B、C、D，即：基本事件只有 4 个，考生随机地选择一个答案，这个答案是 A、B、C、D 的可能性是相等的. 从而由古典概型的概率计算公式得

$$P(\text{“答对”})=\frac{\text{随机事件“答对”所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}=\frac{1}{4}.$$

备注：如果教学时间来得及，可以布置如下两个题给同学们进一步思考：

（1）在标准化考试中，既有单项选择题，又有多项选择题. 多项选择题是从 A、B、C、D 四个选项中选出所有正确的答案，同学们可能有一种感觉，如果不知道正确答案，那么多选题更难猜对，这是为什么？

（2）假设有 20 道单项选择题，如果有一个考生答对了 17 道题，他是随机选择的可能性大，还是他掌握了一定知识的可能性大？

【例题 3】同时掷两个骰子，计算：

（1）一共有多少种不同的结果？

（2）其中向上的点数之和是 5 的结果有多少种？

（3）向上的点数之和是 5 的概率是多少

【解】（1）掷一个骰子的结果有 6 种，我们把两个骰子标上记号 1、2 以便区分. 由于 1 号骰子的结果都可以与 2 号骰子的任意一个结果配对，我们用一个“有序实数对”来表示同时掷两个骰子的结果，其中第一个数表示 1 号骰子的结果，第二个数表示 2 号骰子的结果，可由列表法得到同时掷两个骰子的结果共有 36 种

（2）在上面的结果中，向上的点数之和为 5 的结果有 4 种，分别为

$$(1,4),(2,3),(3,2),(4,1)$$

（3）由于所有 36 种结果是等可能的，其中向上点数之和为 5（记为事件 A）的结果有 4 种. 因此，由古典概型的概率计算公式可得

$$P(A)=\frac{A\text{所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}=\frac{4}{36}=\frac{1}{9}.$$

【问题思考】为什么要把两个骰子标上记号？如果不标记号会出现什么情况？你能解释其中的原因吗？

（如果不标上记号，类似于(1,2)和(2,1)的结果将是没有区别的. 这时所有可能的结果将只有 21 种，而且这 21 种结果不是等可能的，因而无法使用古典概型的计算公式计算.）

（五）归纳小结，形成体系

1. 我们将具有如下两个特点的概率模型称为古典概率模型，简称古典概型：

i. 试验中，所有可能出现的基本事件只有有限个（有限性）；

ii. 每个基本事件出现的可能性相等（等可能性）.

2. 古典概型计算随机事件A的概率计算公式为

$$P(A)=\frac{A\text{所包含的基本事件个数}}{\text{基本事件总数}}.$$

3. 求某个随机事件包含的基本事件的个数以及求试验中基本事件的总数的常用方法是**列举法**，包括画树状图和列表，应该做到不重不漏.