

## 第九讲 数学概念的教学

### 一、何为数学概念

1. 数学概念是体现数学对象本质属性的思维模式。

2. 注意事项

(1) 概念≠定义，概念教学≠定义教学。

- i. 数学定义是对数学概念进行准确刻画的语句，这与数学概念不同。
- ii. 数学中存在“元概念”，即无法给出定义的概念，如“集合”。
- iii. 中小学教学中，很多概念的严格定义不适合讲授，例如，自然数（严格定义需要公理集合论）、概率（严格定义需要测度论）。
- iv. 以上两种情况，在实际教学中，一般是给出“描述性的刻画”。

(2) 区分数学对象的本质/非本质属性。例如，函数的本质属性是值域为数集的映射，而具有解析表达式、具有曲线图像都是非本质属性，因为有解析表达式的东西不一定是函数，有曲线图像的也不一定是函数。

(3) 注意同一概念的不同定义形式。例如，椭圆有三个定义：第一定义（焦点定义）、第二定义（准线-焦点定义）、圆锥曲线的统一定义。

(4) 注意概念的内涵与外延。内涵是概念中所反映的事物的特有属性，其学习与教学往往是通过对定义内容的学习掌握的；外延是具有概念所反映属性的所有事物，其学习和教学往往是辨析例给出，这些辨析例需要从正反两个方面给出。

(5) 注意符号化。

### 二、数学概念的学习模式

#### 1. 概念同化

理念：通过将新信息与原有认知结构中的概念发生作用（包括第二讲中提到的同化和顺应）来实现学习。

学习过程：阅读定义→用旧知识来理解新知识的内涵与外延→区分与联系新旧概念。

#### 2. 概念形成

理念：先对同类数学对象的不同实例进行归纳总结，找出共性，抽象出本质属性，最后概括出定义（或描述）。适合于旧有认知结构中很难找到能与新概念相联系的旧知识的情况。

- 学习过程：（1）感知刺激模式（学生的生活经验、事实、教师提供的典型事例）；  
（2）分化属性，找出共性；（3）在各种情境中检验假设；（4）概括，形成概念；  
（5）推广并讨论等价定义；（6）符号化。

### 三、数学概念的教学

#### 1. 概念同化式教学的注意事项

- （1）突出本质特性。例：二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ，只有 $a \neq 0$ 时才是二次函数。
- （2）正反两方面辨析。因为“概念同化学习”不来自实例，因而需要加强辨析类例子。
- （3）通过应用加强理解

#### 2. 概念形成式教学的注意事项

- （1）设计学习情境。即：将形式化的材料转化为可探究的问题。
- （2）伴有数学活动。
- （3）发挥教师的引导和中介作用。
- （4）注意教学效率。
- （5）注重数学化。

#### 3. 重视概念的导入

作用：让学生意识到有必要学习该概念。

### 四、两种概念教学模式的案例（课下阅读）

以后上传。