

第十讲 数学命题的教学

一、何为数学命题

1. 数学命题：表达数学判断的语句，包括：公理、定理、推论、公式等。
2. 数学判断：对数学思维对象有所肯定或否定的思维模式。

二、数学命题的学习

1. 四个方面：（1）内容（要求：准确，使用数学语言）；（2）结构（包括：条件、结论、量词等）；（3）证明（具有：逻辑作用，培养能力作用，加深理解作用，强化记忆作用【此处有讨论】）；（4）运用（例题、习题）。

2. 学习形式

（1）接受式。教师：讲授；学生：理解。常见，但是需要改进。

（2）发现式。教师：指导；学生：相对独立地从具体例子出发，通过操作、实验、推理、最终发现一般结论。某些命题只能如此教学，例如，平面几何中的公理：过两点有且只有一条直线。

（3）混合式（个人观点）。举例，线性相关的向量组中必有一个向量可以由其他向量线性表示。

三、数学命题教学的基本策略

1. 引导学生发现命题。建议：不要首先直接提出命题内容，而是有目的地创设情境、提供材料，引导学生思考。

2. 剖析命题结构。例：不可能事件的概率为零。条件是“不可能事件”，结论是“概率为零”。但是有些学生理解成了“概率为零的事件是不可能事件”，于是在讨论下面问题时出现了逻辑错误：已知 $P(A) = 0$ ， $P(B) = \frac{1}{2}$ ，求 $P(A \cup B)$ 。再例，单调函数有反函数，有的同学理解成了：只有单调函数才有反函数——明显错误。

3. 讲清楚证明的思路与方法。

（1）某些证明方法可能有代表性（例，数学归纳法）；（2）强调思路与方法，而不是熟记证明过程；（3）应该适当地探索其他证明方法。

4. 命题的教学必须有应用，也就是跟上相应的例题和习题。

5. 命题应该系统性掌握。例如，平行四边形的相关命题，有判定定理、性质定理以及特殊的性质定理——相关公式。

6. 公式教学有特别之处：（1）符号多，所以教师应该将之翻译为自然语言并帮助学生理解；（2）注意公式的变形和变形的推导；（3）公式必须强调记忆（例，奇变偶不变，符号看象限）；（4）条件特别容易忽视，因此需要特别强调。

四、数学命题的引入（引入方法略，下面谈注意事项）

1. 导引例的选取，应注意背景简洁。
2. 实验与操作引入常见的有：几何图形的折叠、翻转、拼接、分割；尺规作图。
3. 提问引入，应尽量避免“是非式”、“填空式”提问，应避免太无聊的问题（考虑中学生的逆反心理）
4. 话题引入时，讨论的话题应该具体。
5. 多媒体引入时，应注意学生的参与性。
6. 以复习回顾引入，一定要有针对性 and 参与性。

五、命题的分析过程

1. 阅读（学生自行阅读或教师呈现）；2. 学生发言或教师讲解命题的内容与结构：条件是什么，缺了会怎样，结论是什么能不能改变。

六、命题的证明

1. 分析证明思路（参考波利亚的“怎样解题表”，使用问题链诱导学生，让学生体会尝试的过程）。2. 证明的表述。3. 揭示思想方法（采用渗透的方式）。

七、命题的应用

1. 条件与适用范围（可以考虑使用正反两方面的例子）。例，定理：若 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 并且 $b + d \neq 0$ ，则有 $\frac{a+c}{b+d} = \frac{a}{b}$ 。应用：已知 $k = \frac{c}{a+b} = \frac{b}{a+c} = \frac{a}{b+c}$ ，求 k 。直接使用定理而没注意条件会漏一个解。

2. 全面性，练习和例题应该能全面触及该命题的各个方面。

3. 灵活性，考虑命题是否有变种，如逆否命题等。

4. 既要有例题也要有课堂练习。

八、命题教学案例（课下阅读）